

Ενότητα 2: Αλγεβρικές παραστάσεις

1. Ποιες από τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις είναι μονώνυμα ;

i) $3\chi\psi$ **NAI** ii) $5\psi^{-2}$ **OXI** iii) $\frac{2}{3}\chi\psi - 3\chi\psi^2$ **OXI** iv) $-\alpha\beta$ **NAI**

vi) $\frac{9\chi^3\psi}{2}$ **NAI**

2. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα :

ΜΟΝΩΝΥΜΟ	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ	ΚΥΡΙΟ ΜΕΡΟΣ
$2\alpha\chi^8$	2	$\alpha\chi^8$
$-\frac{\alpha\beta^2\gamma^3}{7}$	$-\frac{1}{7}$	$\alpha\beta^2\gamma^3$
$\frac{3}{5}\chi^4\psi$	$\frac{3}{5}$	$\chi^4\psi$
$-\chi$	-1	χ

3. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις :

1) $3\alpha - 2\alpha - 5\alpha = 3\alpha - 7\alpha = -4\alpha$

2) $2\alpha\beta + 7\alpha^2\beta - 12\alpha^2\beta + \alpha\beta = 3\alpha\beta - 5\alpha^2\beta$

3) $\chi\psi^2 + \frac{1}{2}\chi\psi^2 - \frac{3}{4}\chi\psi^2 = \frac{4}{4}\chi\psi^2 + \frac{2}{4}\chi\psi^2 - \frac{3}{4}\chi\psi^2 = \frac{3}{4}\chi\psi^2$

4) $-2\alpha\beta + 4\beta^2 - 3\beta\alpha = -5\alpha\beta + 4\beta^2$

5) $3(-4\chi^2) = -12\chi^2$

6) $(-2\alpha^4)(-5\alpha^2\beta) = +10\alpha^6\beta$

7) $5(-2\chi)(3\chi\psi^4)(-\psi^5) = +30\chi^2\psi^9$

8) $\left(\frac{2}{3}\chi^3\right)^2 \cdot 2\chi = \frac{4}{9}\chi^6 \cdot 2\chi = \frac{8}{9}\chi^7$

$$9) (-8\alpha^3 \beta) : (-4\alpha\beta) = +2\alpha^2$$

$$10) 15\kappa^2 \lambda^5 : (5\kappa^3 \lambda^7) = 3\kappa^{-1} \lambda^{-2}$$

$$11) 2\chi^2(3\chi - 2\psi) = 6\chi^3 - 4\chi^2\psi$$

$$12) 3\chi(\chi^2 - 2\chi + 1) = 3\chi^3 - 6\chi^2 + 3\chi$$

$$13) (t^2 + 2t - 3) - (3t + 4) = t^2 + 2t - 3 - 3t - 4 = t^2 - t - 7$$

$$14) 2\chi^3 - (3\chi^4 - \chi^3) - 2\chi^2 + 5\chi^4 - 3 =$$

$$2\chi^3 - 3\chi^4 + \chi^3 - 2\chi^2 + 5\chi^4 - 3 =$$

$$2\chi^4 + 3\chi^3 - 2\chi^2 - 3$$

$$15) (\chi - 2)(\chi + 3) = \chi^2 + 3\chi - 2\chi - 6 = \chi^2 + \chi - 6$$

$$16) (2\psi + 3)(\psi^2 - 1) = 2\psi^3 - 2\psi + 3\psi^2 - 3 = 2\psi^3 + 3\psi^2 - 2\psi - 3$$

$$17) \chi(\chi + 1)(2\chi - 1) =$$

$$(\chi^2 + \chi)(2\chi - 1) =$$

$$2\chi^3 - \chi^2 + 2\chi^2 - \chi =$$

$$2\chi^3 + \chi^2 - \chi$$

$$18) 2\chi^2 - (\chi + 2)(\chi - 2) =$$

$$2\chi^2 - (\chi^2 - 2\chi + 2\chi - 4) =$$

$$2\chi^2 - \chi^2 + 2\chi - 2\chi + 4 =$$

$$\chi^2 + 4$$

$$19) 2\chi(3\chi - \chi^2 + 5) - 3(\chi - 1) + 4 =$$

$$6\chi^2 - 2\chi^3 + 10\chi - 3\chi + 3 + 4 =$$

$$-2\chi^3 + 6\chi^2 + 7\chi + 7$$

$$20) (4\chi - 1)(\chi - 2) - (\chi + 1)^2 =$$

$$4\chi^2 - 8\chi - \chi + 2 - (\chi + 1)(\chi + 1) =$$

$$4\chi^2 - 9\chi + 2 - (\chi^2 + \chi + \chi + 1) =$$

$$4\chi^2 - 9\chi + 2 - \chi^2 - \chi - \chi - 1 =$$

$$3\chi^2 - 11\chi + 1$$

$$21) \frac{4\chi\psi - 8\chi^2\psi}{2\chi\psi} = \frac{4\chi\psi}{2\chi\psi} - \frac{8\chi^2\psi}{2\chi\psi} = 2 - 4\chi$$

$$22) (4\alpha\beta^2 - 3\beta^3 + 8\alpha\beta) : (2\beta) = \\ (4\alpha\beta^2 : 2\beta) - (3\beta^3 : 2\beta) + (8\alpha\beta : 2\beta) = \\ 2\alpha\beta - \frac{3}{2}\beta^2 + 4\alpha$$

$$23) \frac{16\chi^4\psi^3 - 8\chi^3\psi + 4\chi\psi}{-4\chi^2\psi} = \\ \frac{16\chi^4\psi^3}{-4\chi^2\psi} - \frac{8\chi^3\psi}{-4\chi^2\psi} + \frac{4\chi\psi}{-4\chi^2\psi} = \\ -4\chi^2\psi^2 + 2\chi - \chi^{-1}$$

$$24) (\chi^2 - 5\chi + 6) : (\chi - 3)$$

$$\begin{array}{r|l} \chi^2 - 5\chi + 6 & \chi - 3 \\ -\chi^2 + 3\chi & \chi - 2 \\ \hline -2\chi + 6 & \\ +2\chi - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$25) (4\chi^2 - 12\chi + 9) : (2\chi - 3)$$

$$\begin{array}{r|l} 4\chi^2 - 12\chi + 9 & 2\chi - 3 \\ -4\chi^2 + 6\chi & 2\chi - 3 \\ \hline -6\chi + 9 & \\ +6\chi - 9 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$26) (\psi^2 + 3\psi + 2) : (\psi + 1)$$

$$\begin{array}{r|l} \psi^2 + 3\psi + 2 & \psi + 1 \\ \hline -\psi^2 - \psi & \psi + 2 \\ \hline + 2\psi + 2 & \\ \hline -2\psi - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

4. i) Δίνονται τα πολυώνυμα $\rho(\chi) = \chi^2 - 3\chi + 1$ και $\sigma(\chi) = 2\chi - 1$.

Να υπολογίσετε:

α) $\rho(\chi) + \sigma(\chi) =$

$$\chi^2 - 3\chi + 1 + (2\chi - 1) =$$

$$\chi^2 - 3\chi + 1 + 2\chi - 1 =$$

$$\chi^2 - \chi$$

β) $2 \cdot \rho(\chi) - \chi \cdot \sigma(\chi) =$

$$2 \cdot (\chi^2 - 3\chi + 1) - \chi \cdot (2\chi - 1) =$$

$$2\chi^2 - 6\chi + 2 - 2\chi^2 + \chi =$$

$$-5\chi + 2$$

γ) $[\sigma(\chi)]^2 = (2\chi - 1)^2 =$

$$(2\chi - 1)(2\chi - 1) =$$

$$4\chi^2 - 2\chi - 2\chi + 1 =$$

$$4\chi^2 - 4\chi + 1$$

δ) $\rho(-2) = (-2)^2 - 3(-2) + 1 = +4 + 6 + 1 = 11$

ε) $\sigma(1) \cdot \rho(\chi) = (2 \cdot 1 - 1)(\chi^2 - 3\chi + 1) =$

$$1 \cdot (\chi^2 - 3\chi + 1) =$$

$$(\chi^2 - 3\chi + 1)$$

ii) Ο ένας παράγοντας του πολυώνυμου $2\chi^2 + 7\chi - 15$ είναι το $2\chi - 3$. Να βρείτε τον άλλο παράγοντα.

$$\begin{array}{r|l} 2\chi^2 + 7\chi - 15 & 2\chi - 3 \\ -2\chi^2 + 3\chi & \chi + 5 \\ \hline 10\chi - 15 & \\ -10\chi + 15 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Όταν το υπόλοιπο είναι 0 (υ=0) τότε τα $\delta(\chi)$ και $\pi(\chi)$ είναι παράγοντες του $\Delta(\chi)$. Άρα το $\chi + 5$ είναι ο δεύτερος παράγοντας.

iii) Να βρείτε το πολυώνυμο το οποίο όταν διαιρεθεί με το $2\chi - 1$ δίνει πηλίκο $\chi^2 - 3\chi + 2$ και αφήνει υπόλοιπο -8 .

$$\Delta(\chi) = \delta(\chi) \cdot \pi(\chi) + \upsilon(\chi)$$

$$\delta(\chi) = 2\chi - 1,$$

$$\pi(\chi) = \chi^2 - 3\chi + 2$$

$$\upsilon = -8$$

$$\begin{aligned} \Delta(\chi) &= (2\chi - 1) \cdot (\chi^2 - 3\chi + 2) - 8 \\ \Rightarrow &= 2\chi^3 - 6\chi^2 + 4\chi - \chi^2 + 3\chi - 2 - 8 \\ &= 2\chi^3 - 7\chi^2 + 7\chi - 10 \end{aligned}$$

5. Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες:

$$\alpha) (2\alpha - 3)^2 - 4\alpha(\alpha - 3) - \alpha^2 = (3 - \alpha)(3 + \alpha)$$

$$\begin{aligned} AM &= (2\alpha - 3)^2 - 4\alpha(\alpha - 3) - \alpha^2 \\ &= (2\alpha - 3)(2\alpha - 3) - 4\alpha^2 + 12\alpha - \alpha^2 \\ &= 4\alpha^2 - 6\alpha - 6\alpha + 9 - 4\alpha^2 + 12\alpha - \alpha^2 \\ &= -\alpha^2 + 9 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AM = BM$$

$$\begin{aligned} BM &= (3 - \alpha)(3 + \alpha) \\ &= 9 + 3\alpha - 3\alpha - \alpha^2 \\ &= -\alpha^2 + 9 \end{aligned}$$

$$\beta) (\chi + \psi)^2 - 4\chi\psi = (\chi - \psi)^2$$

$$\begin{aligned} AM &= (\chi + \psi)^2 - 4\chi\psi \\ &= (\chi + \psi)(\chi + \psi) - 4\chi\psi \\ &= \chi^2 + \chi\psi + \chi\psi + \psi^2 - 4\chi\psi \\ &= \chi^2 - 2\chi\psi + \psi^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BM &= (\chi - \psi)^2 \\ &= (\chi - \psi)(\chi - \psi) \\ &= \chi^2 - \chi\psi - \chi\psi + \psi^2 \\ &= \chi^2 - 2\chi\psi + \psi^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AM = BM$$

6. Πιο κάτω δίνονται ΑΒΓΔ ορθογώνιο και ΕΖΗ ισόπλευρο τρίγωνο.

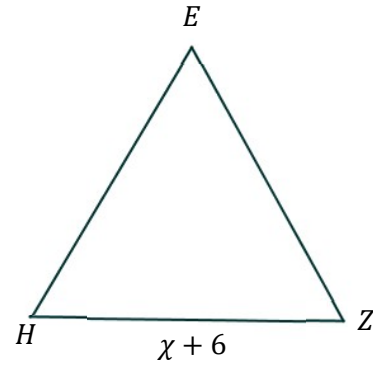
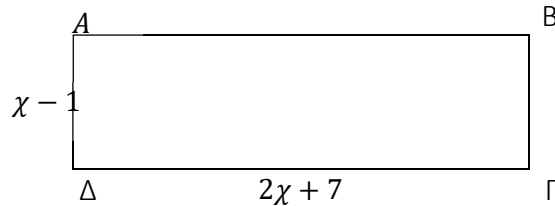
Να βρείτε:

α) την περίμετρο του ΑΒΓΔ συναρτήσει του χ

β) το εμβαδόν του ΑΒΓΔ συναρτήσει του χ

γ) το εμβαδόν του ορθογωνίου για $\chi = 5$

δ) την τιμή του χ αν η περίμετρος του ορθογωνίου είναι ίση με την περίμετρο του ισόπλευρου τριγώνου.



α) $\Pi = 2(\chi - 1) + 2(2\chi + 7) = 2\chi - 2 + 4\chi + 14 = 6\chi + 12$

β) $E = (\chi - 1)(2\chi + 7) =$

$$= 2\chi^2 + 7\chi - 2\chi - 7$$

$$= 2\chi^2 + 5\chi - 7$$

γ) $E = 2\chi^2 + 5\chi - 7 \quad \chi = 5$

$$= 2 \cdot 5^2 + 5 \cdot 5 - 7$$

$$= 2 \cdot 25 + 25 - 7$$

$$= 50 + 25 - 7$$

$$= 68 \text{ τ.μ}$$

δ) $\Pi_{\text{ΑΒΓΔ}} = \Pi_{\text{ΕΗΖ}}$

$$6\chi + 12 = 3(\chi + 6)$$

$$6\chi + 12 = 3\chi + 18$$

$$6\chi - 3\chi = 18 - 12$$

$$3\chi = 6$$

$$\chi = \frac{6}{3}$$

$$\chi = 2$$