

Ενότητα 1: Πραγματικοί αριθμοί

1. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$\alpha) 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$\beta) (-10)^{-2} = \frac{1}{(-10)^2} = +\frac{1}{100}$$

$$\gamma) \left(+\frac{3}{8}\right)^{-1} = \left(+\frac{8}{3}\right)^1 = \frac{8}{3}$$

$$\delta) (-7 + 3)^{-2} = (-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{16}$$

$$\sigma\tau) 2^7 \cdot 5^7 = (2 \cdot 5)^7 = 10^7 = 10000000$$

$$\epsilon) [(-2)^{-3}]^2 = (-2)^{-6} = \frac{1}{(-2)^6} = \frac{1}{64}$$

2. Να γράψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε μορφή μίας δύναμης ή γινόμενου δυνάμεων:

$$\alpha) \chi \cdot \chi = \chi^2$$

$$\beta) (-7)^4 \cdot (+7)^5 \cdot (+7) = (+7)^4 \cdot (+7)^5 \cdot (+7)^1 = (+7)^{10}$$

$$\gamma) (\alpha^3)^4 = \alpha^{12}$$

$$\delta) (-5)^7 : (-5)^{-2} = (-5)^{7-(-2)} = (-5)^{7+2} = (-5)^9$$

$$\epsilon) (\alpha^{-5} \cdot \beta^2)^3 = \alpha^{-15} \cdot \beta^6$$

$$\sigma\tau) 9 \cdot 3^{-1} \cdot 27 + 2 \cdot (3^2)^2 = 3^2 \cdot 3^{-1} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^4 = 3^4 + 2 \cdot 3^4 = 3 \cdot 3^4 = 3^5$$

3. Να συμπληρώσετε τα τετραγωνάκια με τον κατάλληλο αριθμό, ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

$$\alpha) 3^4 \cdot 3^3 = 3^{\boxed{7}}$$

$$\beta) (-9)^{\boxed{8}} : 9^3 = 9^5$$

$$\gamma) \left(\frac{4}{5}\right)^{\boxed{17}} : \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left[\left(\frac{4}{5}\right)^3\right]^5$$

Επαναληπτικές ασκήσεις Β' Γυμνασίου

$$\delta) \left(-\frac{2}{5}\right)^{\square} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = 1 \Rightarrow$$
$$\left(-\frac{2}{5}\right)^{\square} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(-\frac{2}{5}\right)^0$$

4. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

$$\alpha) \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} + 8^0 - 1^{32} + \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} = (-2)^3 + 1 - 1 + (-5)^2 = -8 + 1 - 1 + 25 = 17$$

$$\beta) (+4)^{15} : (+4)^{14} - (-5)^{-2} \cdot (-5)^2 + \left(-\frac{1}{8}\right)^7 \cdot (-8)^7 =$$
$$(+4) - (-5)^0 + (-8)^{-7} \cdot (-8)^7 = +4 - 1 + (-8)^0$$
$$= +4 - 1 + 1 = 4$$

5. Αν $\alpha = -2$ και $\beta = 5$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \alpha^{-2} - \alpha \cdot \beta + 3 \cdot (\alpha + \beta)^{-1} = (-2)^{-2} - (-2) \cdot 5 + 3 \cdot (-2 + 5)^{-1}$$
$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 10 + 3^1 \cdot (+3)^{-1} = \frac{1}{4} + 10 + 3^0 = \frac{1}{4} + 10 + 1 = 11\frac{1}{4}$$

6. Να υπολογίσετε τους αριθμούς :

$$\alpha) \sqrt{16} = 4 \quad \beta) \sqrt{81} = 9 \quad \gamma) \sqrt[3]{8} = 2 \quad \delta) \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\epsilon) \sqrt{-16} = \text{δεν ορίζεται} \quad \sigma\tau) \sqrt{4900} = 70 \quad \zeta) \sqrt{121} = 11$$

$$\eta) \sqrt[3]{64} = 4 \quad \theta) \sqrt{(-29)^2} = |-29| = 29 \quad \iota) \sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$$

$$\kappa) (\sqrt[3]{19})^3 = 19 \quad \lambda) \sqrt[3]{1000} = 10 \quad \mu) \sqrt[3]{0,008} = 0,2$$

$$\nu) \sqrt{144} = 12 \quad \xi) \sqrt[3]{5 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt[3]{5^3} = 5$$

7. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων :

Επαναληπτικές ασκήσεις Β΄ Γυμνασίου

$$\alpha) \sqrt{7 + \sqrt[3]{8}} = \sqrt{7 + 2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\beta) \sqrt[3]{125} + \sqrt{(-5)^2} + \sqrt[3]{5^3} = 5 + 5 + 5 = 15$$

$$\gamma) \sqrt[3]{9 + 9 + 9} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\begin{aligned} \delta) \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}} &= \\ \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + 2}}} &= \\ \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}} &= \\ \sqrt{21 + \sqrt{13 + 3}} &= \\ \sqrt{21 + \sqrt{16}} &= \\ \sqrt{21 + 4} = \sqrt{25} &= 5 \end{aligned}$$

$$\epsilon) 3(\sqrt{7})^2 + \sqrt[3]{125} - 2\sqrt{9} = 3 \cdot 7 + 5 - 2 \cdot 3 = 21 + 5 - 6 = 26 - 6 = 20$$

$$\begin{aligned} \sigma\tau) \sqrt{80 + \sqrt[3]{7 - \sqrt{36}}} &= \\ \sqrt{80 + \sqrt[3]{7 - 6}} &= \\ \sqrt{80 + \sqrt[3]{1}} &= \\ \sqrt{80 + 1} = \sqrt{81} &= 9 \end{aligned}$$

$$\zeta) \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$$

$$\eta) \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{28}{7}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\theta) \frac{\sqrt[3]{18 \cdot \sqrt{3}}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{18 \cdot 3}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\mu) \sqrt{24} : \sqrt{6} - \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt{24 : 6} - \sqrt[3]{16 \cdot 4} = \sqrt{4} - \sqrt[3]{64} = 2 - 4 = -2$$

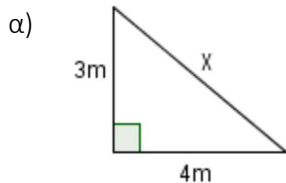
$$\iota) \sqrt[3]{2^3 \cdot 4^3} = \sqrt[3]{(2 \cdot 4)^3} = \sqrt[3]{8^3} = 8$$

$$\kappa) (3\sqrt{20})(4\sqrt{5}) = 12\sqrt{20 \cdot 5} = 12\sqrt{100} = 12 \cdot 10 = 120$$

$$\lambda) \sqrt{2}(\sqrt{18} - \sqrt{72}) = \sqrt{2 \cdot 18} - \sqrt{2 \cdot 72} = \sqrt{36} - \sqrt{144} = 6 - 12 = -6$$

8. Στα πιο κάτω σχήματα να υπολογίσετε την τιμή του χ .

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ: $(\text{Κάθετη1})^2 + (\text{Κάθετη2})^2 = (\text{Υποτείνουσα})^2$



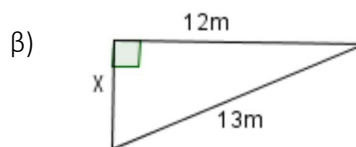
$$3^2 + 4^2 = \chi^2$$

$$9 + 16 = \chi^2$$

$$25 = \chi^2$$

$$\chi = \sqrt{25} = 5$$

$$\chi = 5\text{m}$$



$$12^2 + \chi^2 = 13^2$$

$$144 + \chi^2 = 169$$

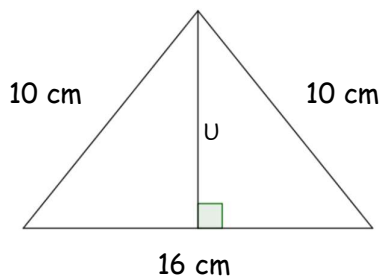
$$169 - 144 = \chi^2$$

$$\chi^2 = 25$$

$$\chi = \sqrt{25} = 5$$

$$\chi = 5\text{m}$$

9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του πιο κάτω σχήματος :



- Το τρίγωνο είναι ισοσκελές άρα το ύψος που αντιστοιχεί στην βάση του είναι και διάμεσος.

$$8^2 + v^2 = 10^2$$

$$64 + v^2 = 100$$

$$100 - 64 = v^2$$

$$v^2 = 36$$

$$v = \sqrt{36} = 6\text{cm}$$

$$E = \frac{\beta \cdot v}{2} = \frac{16 \cdot 6}{2} = \frac{96}{2} = 48\text{cm}^2$$

10. Να χαρακτηρίσετε με Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος) τις πιο κάτω προτάσεις :

Επαναληπτικές ασκήσεις Β' Γυμνασίου

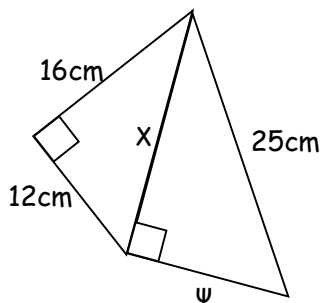
α) Αν χ, ψ, ζ είναι οι πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου και ισχύει $\chi^2 = \psi^2 - \zeta^2$, τότε η πλευρά ψ είναι η υποτείνουσα. **ΣΩΣΤΟ**

β) Αν $AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{B} = 90^\circ$, τότε $(B\Gamma)^2 = (AB)^2 + (A\Gamma)^2$ **ΛΑΘΟΣ**

γ) Ισχύει $\sqrt{(-\chi)^2} = |\chi|$ για οποιοδήποτε ρητό χ **ΣΩΣΤΟ**

δ) Ισχύει $(10\sqrt{2})^2 = 200$ **ΣΩΣΤΟ**

11. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τις τιμές των χ και ψ .



$$\begin{aligned} 12^2 + 16^2 &= \chi^2 \\ 144 + 256 &= \chi^2 \\ 400 &= \chi^2 \\ \chi &= \sqrt{400} = 20\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20^2 + \psi^2 &= 25^2 \\ 400 + \psi^2 &= 625 \\ 625 - 400 &= \psi^2 \\ \psi^2 &= 225 \\ \psi &= \sqrt{225} = 15\text{cm} \end{aligned}$$

12. Αν $\alpha = \sqrt{3 - \sqrt{7 - \sqrt{9}}}$, $\beta = \sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}$ και $\gamma = \sqrt{9 - \sqrt{21 + \sqrt{16}}}$

να βρείτε: α) Τους αριθμούς α, β, γ .

Επαναληπτικές ασκήσεις Β' Γυμνασίου

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές α , β , γ είναι ορθογώνιο.

$$\begin{aligned}\alpha &= \sqrt{3 - \sqrt{7 - \sqrt{9}}} = \\ &= \sqrt{3 - \sqrt{7 - 3}} \\ &= \sqrt{3 - \sqrt{4}} \\ &= \sqrt{3 - 2} \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta &= \sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}} \\ &= \sqrt{\sqrt{9}} \\ &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma &= \sqrt{9 - \sqrt{21 + \sqrt{16}}} \\ &= \sqrt{9 - \sqrt{21 + 4}} \\ &= \sqrt{9 - \sqrt{25}} \\ &= \sqrt{9 - 5} \\ &= \sqrt{4} = 2\end{aligned}$$

β) (Ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο αν ισχύει το Πυθαγόρειο Θεώρημα)

$$\Rightarrow 1^2 + (\sqrt{3})^2 = 2^2$$

$$1 + 3 = 4$$

$4 = 4 \Rightarrow$ ισχύει το Π.Θ. \Rightarrow Το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

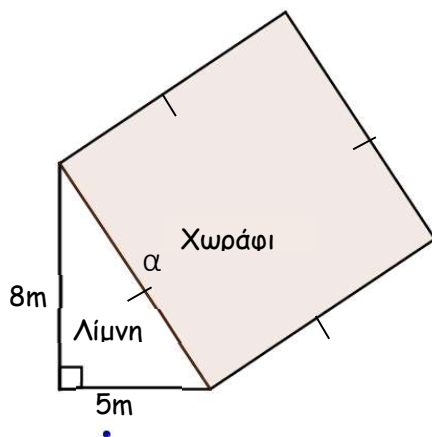
13. Να βάλετε X ή \checkmark στην κατάλληλη στήλη:

Αριθμός	Φυσικός N	Ακέραιος Z	Ρητός Q	Άρρητος R-Q	Πραγματικός R

Επαναληπτικές ασκήσεις Β' Γυμνασίου

1,25	x	x	√	x	√
$-\sqrt{9}$	x	√	√	x	√
$\sqrt{6}$	x	x	x	√	√
$\frac{12}{7}$	x	x	√	x	√

14. Ο κ. Αντώνης θέλει να περιφράξει το χωράφι του, τετραγωνικού σχήματος, που βρίσκεται δίπλα από μια λίμνη όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Αν το μεταλλικό σύρμα στοιχίζει €5 το μέτρο, να βρείτε πόσα θα του στοιχίσει η περίφραξη. (η απάντησή σας να δοθεί κατά προσέγγιση ακέραιας μονάδας)



$$8^2 + 5^2 = \alpha^2$$

$$64 + 25 = \alpha^2$$

$$89 = \alpha^2$$

$$\alpha = \sqrt{89} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Pi = 4\alpha = 4 \cdot \sqrt{89} \text{ m}$$

$$\text{Κόστος περίφραξης: } 5 \cdot 4 \cdot \sqrt{89} = 188,7 \approx 189 \text{ ευρώ}$$