

### Ενότητα 4: Ακέραιοι-Ρητοί

1) Να βάλετε σε κύκλο την σωστή απάντηση.

α) Ο αριθμός  $3,4\overline{17}$  είναι ίσος με:

- i. 3,4177...    ii. 3,41717...    iii. 3,417417...    iv. 34,17

β) Μεταξύ των ρητών αριθμών  $\frac{2}{11}$  και  $\frac{3}{11}$  υπάρχουν :

- i. Κανένας ρητός αριθμός  
 ii. Άπειροι ρητοί αριθμοί  
 iii. Ένας ρητός αριθμός  
 iv. Κανένα από τα πιο πάνω

2) Δίνονται οι αριθμοί :

$$-4, \frac{2}{3}, -1001, -1,5, +2\frac{1}{4}, 0, 2015, 9, -3, 2,45$$

Να βρείτε ποιοι από τους πιο πάνω αριθμούς είναι:

- (i) Φυσικοί: 2015, 9  
 (ii) Ακέραιοι: -4, -1001, 0, 2015, 9, -3  
 (iii) Θετικοί ρητοί:  $\frac{2}{3}$ ,  $+2\frac{1}{4}$ , 2015, 9, 2,45

3) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) (+4) + (-19) = +4 - 19 = -15$$

$$\beta) -18 + 5 - 6 = -24 + 5 = -19$$

$$\gamma) (-17) - (+9) = -17 - 9 = -26$$

$$\delta) (-7) \cdot (+5) = -35$$

$$\epsilon) (-36) \div (-6) = +6$$

$$\zeta) (-1) \cdot (-4) \cdot (-5) = -20$$

$$\eta) +1\frac{5}{8} - 1\frac{3}{4} = +\frac{13}{8} - \frac{7}{4} = +\frac{13}{8} - \frac{14}{8} = -\frac{1}{8}$$

$$\theta) -\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = -\frac{15}{20} - \frac{8}{20} = -\frac{23}{20}$$

$$\iota) -2\frac{1}{5} + \left(-1\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{10}\right) = -2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2} + \frac{3}{10} = -\frac{11}{5} - \frac{3}{2} + \frac{3}{10}$$

$$= -\frac{22}{5} - \frac{15}{2} + \frac{3}{10} = -\frac{37}{10} + \frac{3}{10} = -\frac{34}{10} = -\frac{17}{5}$$

$$\kappa) \frac{7}{9} \cdot \left(-\frac{3^1}{5}\right) = -\frac{7}{15}$$

$$\lambda) \left(-1\frac{2}{5}\right) : \left(-3\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{7}{5}\right) : \left(-\frac{7}{2}\right) \\ = \left(-\frac{7}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = +\frac{2}{5}$$

$$\mu) (-2) - (-6) + (+5) - (-2) = -2+6+5+2 = +11$$

4) Στις παρακάτω προτάσεις να βάλετε σε κύκλο το Σ αν είναι σωστή και το Λ αν είναι λάθος:

i. Το γινόμενο $(-435) \cdot (-503) \cdot (+274) \cdot (-172) \cdot (-12) \cdot (-94)$ είναι θετικό.	Σ / <input checked="" type="radio"/> Λ
ii. Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι μεγαλύτερη από το μηδέν.	<input checked="" type="radio"/> Σ / Λ
iii. Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι ίσο με μηδέν.	<input checked="" type="radio"/> Σ / Λ
iv. Το πηλίκο δύο αντίθετων αριθμών είναι ίσο με -1.	<input checked="" type="radio"/> Σ / Λ

5) Να συμπληρώσετε τα κενά με τα σύμβολα  $\langle$ ,  $\rangle$  και  $=$  ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις.

$$\alpha) -34 > -74 \qquad \beta) -(-(-(-(-(-15)))))) < +15$$

$$\gamma) -500 < 4 \qquad \delta) +8 < |-12|$$

$$\epsilon) 0 > -|-14| \qquad \sigma\tau) -(-13) = |-13|$$

6) Αν για τους ρητούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  ισχύουν οι πιο κάτω σχέσεις, να γράψετε τα συμπεράσματά σας για αυτούς:

α) Αν ισχύει  $\alpha + \beta = 0$ , τότε οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι **αντίθετοι**

β) Αν ισχύει  $\alpha \cdot \beta = +1$ , τότε οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι **αντίστροφοι**

γ) Αν ισχύει  $-\alpha \cdot \beta < 0$ , τότε οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι **ομόσημοι**

δ) Αν ισχύει  $\frac{\alpha}{\beta} < 0$ , τότε οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι **ετερόσημοι**

ε) Αν ισχύει  $\alpha + \beta = \beta$ , τότε  $\alpha = 0$

7) Αν  $\alpha = +6 = 6$ ,  $\beta = -3$  και  $\gamma = -4$  να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

$$i) 5 - \alpha + \beta = 5 - 6 + (-3) = 5 - 6 - 3 = -4$$

$$ii) \alpha \div \beta - \alpha \cdot \beta = 6 \div (-3) - 6 \cdot (-3) = -2 + 18 = +16$$

$$iii) 2 \cdot (\alpha - \beta) - \alpha - 3 = 2 \cdot [6 - (-3)] - 6 - 3 = 2 \cdot (6 + 3) - 6 - 3 = 2 \cdot (+9) - 6 - 3 = +18 - 6 - 3 = +9$$

$$iv) \frac{\beta \cdot \gamma - \beta}{\alpha^2 : \gamma} = \frac{-3 \cdot (-4) - (-3)}{6^2 : (-4)} = \frac{+12 + 3}{36 : (-4)} = \frac{+15}{-9} = -\frac{15}{9}$$

8) Να κάνετε απλά τα σύνθετα κλάσματα:

$$a) \frac{\frac{2}{3}}{-5\frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{21}{4}} = -\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 21} = -\frac{8}{63}$$

$$b) \frac{(-2) : (-1\frac{1}{4})}{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}} = \frac{(-2) : (-\frac{5}{4})}{\frac{6}{15} - \frac{5}{15}} = \frac{(\frac{-2}{1}) \cdot (\frac{-4}{5})}{\frac{1}{15}} = \frac{\frac{+8}{5}}{\frac{1}{15}} \gg \frac{8 \cdot 15}{5 \cdot 1} = 24$$

9) Ο  $x$  είναι ο αντίθετος του  $+5$  και ο  $y$  ο αντίστροφος του  $-\frac{1}{3}$ . Να υπολογιστεί η τιμή

$$\text{της παράστασης: } A = x \div y - (x - y) =$$

$$x = -5 \quad \text{και} \quad y = -3$$

$$A = x \div y - (x - y) = -5 \div (-3) - [-5 - (-3)] = +\frac{5}{3} - (-5 + 3) = +\frac{5}{3} - (-2) = +\frac{5}{3} + 2 = +2\frac{5}{3} = 3\frac{2}{3}$$

10) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

$$a) (-5)^2 = +25 \quad b) (+2)^3 = +8 \quad \gamma) (-7)^0 = 1 \quad \delta) -(-2)^4 = -(+16) = -16$$

$$e) -4^2 = -16 \quad \sigma\tau) (-3 + 2)^6 = (-1)^6 = +1 \quad \zeta) (+\frac{1}{5})^3 = +\frac{1}{125}$$

11) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$a) (-2)^3 - (+1)^3 - 7^0 = -8 - (+1) - 1 = -8 - 1 - 1 = -10$$

$$b) (-1)^5 - 2 \cdot (5 - 1)^2 = (-1) - 2 \cdot (+4)^2 = -1 - 2 \cdot 16 = -1 - 32 = -33$$

$$c) (2^3 - 3) : (-5) + (3 - 5)^2 = (8 - 3) : (-5) + (-2)^2 = 5 : (-5) + (+4) = -1 + 4 = +3$$

12) Να αντιστοιχίσετε κάθε παράσταση της στήλης Α με την ίση παράσταση που βρίσκεται στη στήλη Β.

<b>A.</b> $\chi - 3\chi + 7\chi = 5\chi$	<b>1.</b> $-6\chi$	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>Γ.</b>	<b>Δ.</b>
<b>B.</b> $2\chi + 6\chi - \chi = 7\chi$	<b>2.</b> $-16\chi$	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>Γ.</b> $-4\chi - 5\chi + 3\chi = -6\chi$	<b>3.</b> $5\chi$				
<b>Δ.</b> $-9\chi + \chi - 8\chi = -16\chi$	<b>4.</b> $7\chi$				
	<b>5.</b> $8\chi$				

13) Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση της στήλης Α με τη λύση της στη στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β	1.	2.	3.	4.
<b>1.</b> $5\chi = -15$	<b>A.</b> $\chi = 9$	$\Delta$	$\Gamma$	$B$	$A$
<b>2.</b> $\frac{1}{2}\chi = 4$	<b>B.</b> $\chi = -2$				
<b>3.</b> $-3\chi = 6$	<b>Γ.</b> $\chi = 8$				
<b>4.</b> $2\chi - 9 = \chi$	<b>Δ.</b> $\chi = -3$				
	<b>E.</b> $\chi = 2$				

14) Να εξετάσετε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) ή λάθος(Λ):

- α) Σήμερα είμαι  $\chi$  χρονών, σε δύο χρόνια θα είμαι  $\chi + 2$ . **Σ**
- β) Έχω  $\chi$  ευρώ. Αν ξοδέψω τα €7 θα μου μείνουν  $7 - \chi$  ευρώ. **Λ (Το σωστό είναι  $\chi - 7$ )**
- γ) Σήμερα ο Αντρέας είναι  $\chi$  χρονών. Μετά από 5 χρόνια ο Βασίλης θα έχει ηλικία διπλάσια από αυτή του Αντρέα, δηλαδή  $2\chi + 5$  χρονών. **Λ (Το σωστό είναι  $2 \cdot (\chi + 5)$ )**
- δ) Αγόρασα  $\chi$  παγωτά σοκολάτας και 5 παγωτά βανίλιας και πλήρωσα €16. Αν η τιμή του κάθε παγωτού είναι ίδια τότε το παγωτό στοιχίζει  $16 : (\chi + 5)$ . **Σ**

15) Ο κύριος Γιάννης αγόρασε ένα πουκάμισο και ένα ζευγάρι παπούτσια και πλήρωσε €130. Για τα παπούτσια πλήρωσε τετραπλάσια χρήματα από ότι πλήρωσε για το πουκάμισο. Ποια η τιμή του πουκαμίσου και ποια των παπουτσιών;

$$\begin{array}{l}
 \text{Πουκάμισο: } \chi \\
 \text{Παπούτσια: } \frac{4\chi}{5} + \\
 \hline
 \frac{5\chi}{5} = \frac{130}{5} \\
 \chi = 26
 \end{array}$$

Το πουκάμισο στοιχίζει €26 και τα παπούτσια €104 ( $4 \cdot 26 = 104$ ).

16) Δίνεται η αλγεβρική παράσταση:  $A = 5(\chi - 2\psi) - 4(3\chi + \psi - 2) - 12$

α) Να γράψετε την παράσταση A σε πιο απλή μορφή

$$A = 5\chi - 10\psi - 12\chi - 4\psi + 8 - 12$$

$$A = -7\chi - 14\psi - 4$$

β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης A, όταν  $\chi = -2$  και  $\psi = +1$

$$A = -7\chi - 14\psi - 4$$

$$= -7 \cdot (-2) - 14 \cdot (+1) - 4$$

$$= +14 - 14 - 4$$

$$A = -4$$

17) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\chi + 5 - 2\chi = 3 + \chi$

$$\chi - 2\chi - \chi = 3 - 5$$

$$\frac{-2\chi}{-2} = \frac{-2}{-2}$$

$$\chi = +1$$

γ)  $7(\beta - 1) = 5(3\beta - 2) - 5$

$$7\beta - 7 = 15\beta - 10 - 5$$

$$7\beta - 15\beta = -10 - 5 + 7$$

$$\frac{-8\beta}{-8} = \frac{-8}{-8}$$

$$\beta = +1$$

Ε.Κ.Π = 20

ε)  $\frac{2(\omega - 3)}{5} - \frac{\omega + 2}{4} = -\frac{1}{2}$

$$8(\omega - 3) - 5(\omega + 2) = -10$$

$$8\omega - 24 - 5\omega - 10 = -10$$

$$8\omega - 5\omega = -10 + 10 + 24$$

$$\frac{3\omega}{3} = \frac{24}{3}$$

$$\omega = 8$$

β)  $3(2 + \gamma) = -18$

$$6 + 3\gamma = -18$$

$$3\gamma = -18 - 6$$

$$\frac{3\gamma}{3} = \frac{-24}{3}$$

$$\gamma = -8$$

δ)  $\frac{\chi}{3} + \frac{2\chi}{5} = 3$  Ε.Κ.Π = 15

$$5\chi + 6\chi = 45$$

$$11\chi = 45$$

$$\frac{11\chi}{11} = \frac{45}{11}$$

$$\chi = \frac{45}{11}$$

στ)  $\frac{\alpha - 1}{4} - \frac{2\alpha + 3}{2} + 1 = \alpha - 1$  Ε.Κ.Π = 4

$$(\alpha - 1) - 2(2\alpha + 3) + 4 = 4(\alpha - 1)$$

$$\alpha - 1 - 4\alpha - 6 + 4 = 4\alpha - 4$$

$$\alpha - 4\alpha - 4\alpha = -4 + 1 + 6 - 4$$

$$\frac{-7\alpha}{-7} = \frac{-1}{-7}$$

$$\alpha = \frac{1}{7}$$

18) Έχω δύο κορδέλες που έχουν μήκος 55cm και 42cm. Αν κόψω ένα κομμάτι  $x$  cm από κάθε κορδέλα, τότε η **μια κορδέλα θα έχει διπλάσιο μήκος από την άλλη**. Να υπολογίσετε το  $x$ .

1<sup>η</sup> κορδέλα = 2 · 2<sup>η</sup> κορδέλα

$$1^{\text{η}} \text{ κορδέλα: } 55\text{cm} \quad 55-x$$

$$2^{\text{η}} \text{ κορδέλα: } 42\text{cm} \quad 42-x$$

$$55-x=2 \cdot (42-x)$$

$$55-x=84-2x$$

$$2x-x=84-55$$

$$x=29\text{cm}$$

19) Σε μια εκδρομή πήραν μέρος 44 άτομα, άντρες, γυναίκες και παιδιά. Αν οι άντρες ήταν διπλάσιοι από τις γυναίκες, και τα παιδιά είναι το  $\frac{1}{3}$  των ανδρών και γυναικών μαζί, να υπολογίσετε πόσοι ήταν οι άντρες, πόσες οι γυναίκες και πόσα τα παιδιά.

$$\text{Άντρες: } 2x$$

$$\text{Γυναίκες: } x$$

$$\text{Παιδιά: } \frac{1}{3} (2x + x) = \frac{1}{3} \cdot 3x = x$$

$$2x+x+x=44$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{44}{4}$$

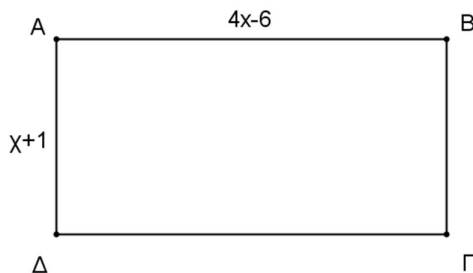
$$x=11$$

$$\text{Άντρες: } 2x = 2 \cdot 11 = 22$$

$$\text{Γυναίκες: } x=11$$

$$\text{Παιδιά: } \frac{1}{3} (2x + x) = \frac{1}{3} \cdot 3x = x=11$$

20) Αν στο πιο κάτω ορθογώνιο η AB είναι διπλάσια της AD, να υπολογίσετε την περίμετρο του.



$$4x-6=2 \cdot (x+1)$$

$$4x-6=2x+2$$

$$4x-2x=+2+6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{+8}{2}$$

$$x=4$$

Αντικαθιστούμε όπου  $x$  το 4

$$AB=4x-6=4 \cdot 4-6=16-6=10$$

$$AD=x+1=4+1=5$$

$$\Pi=10+10+5+5= 30\text{cm}$$

21) Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Η πλευρά ΑΔ είναι διπλάσια από την ΑΒ, η πλευρά ΔΓ είναι κατά 2cm μικρότερη από την ΑΒ και η ΒΓ είναι διπλάσια από την ΔΓ. Αν η περίμετρος του τετραπλεύρου είναι 60cm να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τετραπλεύρου.

$$ΑΒ= \chi$$

$$\chi+2\cdot(\chi-2)+\chi-2+2\chi= 60$$

Αντικαθιστούμε όπου  $\chi$  το 11

$$ΒΓ= 2\cdot(\chi-2)$$

$$\chi+2\chi-4+\chi-2+2\chi= 60$$

$$ΑΒ= \chi=11\text{cm}$$

$$ΓΔ= \chi-2$$

$$\chi+2\chi+\chi+2\chi= 60+4+2$$

$$ΒΓ= 2\cdot(\chi-2)= 2\cdot(11-2)= 2\cdot9=18\text{cm}$$

$$ΑΔ= 2\chi$$

$$\frac{6\chi}{6} = \frac{66}{6}$$

$$ΓΔ= \chi-2=11-2= 9\text{cm}$$

$$ΑΔ= 2\chi= 2\cdot11= 22\text{cm}$$

$$\chi=11$$

